בס"ד

שונות של שלח מותח לתקינות KM

[נניח קבוצה אחת, כאשר יש שתי קבוצות, עושים את זה לכל קבוצה בנפרד.]

$$\hat{A} = \int_0^{t^*} \hat{S}(t)\,dt$$

תזכורת:

$$Cov(\hat{S}(t), \hat{S}(u)) = S(t)\,S(u)\,V(\min\{t,u\})$$

באשר

$$\hat{V}(t) = \sum_{l:\,T_{(l)} \le t} \frac{d_l}{R_l\,(R_l - d_l)}$$

[כאן בתבנית בקיבוץ $R_l = R(T_{(l)}-)$.] ($V(t)$ הינו הגבול של $\hat{V}(t)$ עבור $n \to \infty$)

כעת

$$Var(\hat{A}) = Cov(\hat{A}, \hat{A})$$

$$= Cov\left(\int_0^{t^*} \hat{S}(t)\,dt,\ \int_0^{t^*} \hat{S}(u)\,du\right)$$

$$= \int_0^{t^*}\int_0^{t^*} Cov(\hat{S}(t), \hat{S}(u))\,dt\,du$$

$$= \int_0^{t^*}\int_0^{t^*} S(t)\,S(u)\,V(\min\{t,u\})\,dt\,du$$

$$= \int_0^{t^*}\int_0^{t^*} S(t)\,S(u)\left[\int_0^{\min\{t,u\}} v(s)\,ds\right] dt\,du$$

[באשר $v(s) = V'(s)$]

$$= \int_0^{t^*} v(s)\left[\int_s^{t^*}\int_s^{t^*} S(t)\,S(u)\,dt\,du\right] ds$$

$$= \int_0^{t} v(s)\left(\int_s^{t^*} S(t)\,dt\right)\left(\int_s^{t^*} S(u)\,du\right) ds$$

$$= \int_0^{t} v(s)\left(\int_s^{t^*} S(t)\,dt\right)^2 ds$$

$$= \int_0^{t} v(s)\,A^*(s)^2\,ds \qquad \left[A^*(s) = \int_s^{t^*} S(t)\,dt\right]$$

נ"מ לאמוד את $\int_0^t v(s)\, A^*(s)^2\, ds$ ע"י

$$\sum_{\ell : T_{(\ell)} \le t} \Delta \hat{V}(T_{(\ell)})\, \hat{A}^*(T_{(\ell)})$$

באשר

$$\Delta \hat{V}(T_{(\ell)}) = \hat{V}(T_{(\ell)}) - \hat{V}(T_{(\ell)}-)$$

$$= \frac{d_\ell}{R_\ell\,(R_\ell - d_\ell)}$$

$$\hat{A}^*(T_{(\ell)}) = \int_{T_{(\ell)}}^{t^*} \hat{S}(t)\, dt$$

וכה הנוסחא שרשמנו בכיתה.