

נ"מ הסתברות - גרעין 8 - פונקציה

1. המספרים T, C הם נ"מ

$$Pr(X \geq t) = Pr(T \geq t, C \geq t) = S(t)G(t)$$

אם $X < u$ אז:

• הנ"מ $X \geq s$ - e נ"מ $s \geq u$

• הנ"מ $T < u$ - e $T < u$ או $C < u$ לפי כל איבר
- e $T \in (u, t]$ - e $T \leq C$

אם $X < u$, אז:

$$Pr(T \in (u, t], T \leq C | \tilde{F}_u) = 0$$

$$Pr(X \geq s | \tilde{F}_u) = 0 \quad (s \geq u)$$

אם $X \geq u$ אז הנ"מ $X \geq u$ נ"מ
אם $X \geq u$ אז הנ"מ $X \geq u$ נ"מ
אם $X \geq u$ אז הנ"מ $X \geq u$ נ"מ

$$Pr(X \geq s | \tilde{F}_u) = Pr(X \geq s | X \geq u) = \frac{S(s)G(s)}{S(u)G(u)}$$

$$Pr(T \in (u, t], T \leq C | \tilde{F}_u)$$

$$= Pr(T \in (u, t], T \leq C | X \geq u)$$

$$= Pr(X \geq u)^{-1} Pr(T \in (u, t], T \leq C)$$

$$\left[\{X \geq u\} \text{ - } \int \text{ נ"מ } \{T \in (u, t], T \leq C\} \text{ - } \int \right]$$

$$\Pr(T \in (u, t], T \leq C)$$

$$= \int_u^t \int_s^\infty f_{(T, C)}(s, v) ds dv$$

and $s = u$ →

$$= \int_u^t \int_s^\infty f_T(s) f_C(v) ds dv$$

$$= \int_u^t f_T(s) G(s) ds$$

$$= \int_u^t \lambda(s) S(s) G(s) ds$$

-e >

$$\Pr(T \in (u, t], T \leq C | X \geq u)$$

$$= \int_u^t \lambda(s) \frac{S(s) G(s)}{S(u) G(u)} ds$$

$$= \int_u^t \lambda(s) \Pr(X \geq s | X \geq u) ds$$

if $X \geq u$ then $X \geq s$ for $s \geq u$

$$\Pr(T \in (u, t], T \leq C | \tilde{X}_u) = \int_u^t \Pr(X \geq s | \tilde{X}_u) \lambda(s) ds = 0$$

$X \geq u$ also $X < u$ also $X \geq u$

$$d\tilde{M}(t) = W(t) dM(t)$$

$$E[d\tilde{M}(t) | \tilde{\mathcal{F}}_{t-}]$$

$$= E[W(t) dM(t) | \tilde{\mathcal{F}}_{t-}]$$

$$= W(t) E[dM(t) | \tilde{\mathcal{F}}_{t-}]$$

(predictable W is)

$$= 0$$

($d^i d^j$ on M is)

$d^i d^j$ on \tilde{M} is $\sim 1/0/0$ on \tilde{M}

$$d\langle \tilde{M}, \tilde{M} \rangle(t) = \text{Var}(d\tilde{M}(t) | \tilde{\mathcal{F}}_{t-})$$

$$= E[(d\tilde{M}(t))^2 | \tilde{\mathcal{F}}_{t-}] \quad (0 \text{ on } \tilde{M} \text{ is})$$

$$= E[W(t)^2 (dM(t))^2 | \tilde{\mathcal{F}}_{t-}]$$

$$= W(t)^2 E[(dM(t))^2 | \tilde{\mathcal{F}}_{t-}]$$

$$= W(t)^2 d\langle M, M \rangle(t)$$

$B(t) - B(u) \sim N(0, t-u)$, BM זה מייצגת את t

\rightarrow א"כ $B(t) - B(u)$ -

$B(u_1), B(u_2) - B(u_1), \dots, B(u_k) - B(u_{k-1})$

$0 \leq u_1 \leq u_2 \leq \dots \leq u_k \leq u$ זה נכונה

$f(B(u_1), \dots, B(u_k))$

\rightarrow א"כ $B(t) - B(u)$, כך נכונה

f (ג'ג'ג'ג') \rightarrow ג'ג'ג'ג' זה \rightarrow $B(t) - B(u)$ זה נכונה

\rightarrow א"כ $B(t) - B(u)$ כך נכונה

כך נכונה

$$E[B(t) | \mathcal{F}_u] = E[B(u) + (B(t) - B(u)) | \mathcal{F}_u]$$

$$= B(u) + E[B(t) - B(u) | \mathcal{F}_u]$$

$$= B(u) + E[B(t) - B(u)]$$

$$= B(u) + 0 = B(u)$$

זה מייצג את $B(t)$ כך נכונה

כך נכונה

$$\text{Var}(B(t) - B(t-\Delta t) | \mathcal{F}_{t-\Delta t})$$

כך נכונה

$$= \text{Var}(B(t) - B(t-\Delta t)) = \Delta t$$

$$\langle B, B \rangle(t) = t$$

כך נכונה כך נכונה

$$\langle B, B \rangle(t) = t$$

כך נכונה

מידת $Z(t)$ של התהליך, נוסף נוסף נוסף (אולי) ...

$$Z(t) = \exp(B(t) - \frac{1}{2}t)$$

← מידת 'ד'

יחד e'

$$Z(t) - Z(u) = e^{B(t) - \frac{1}{2}t} - e^{B(u) - \frac{1}{2}u}$$

$$= e^{B(u) - \frac{1}{2}u} \left[e^{B(t) - B(u) - \frac{1}{2}(t-u)} - 1 \right]$$

$$E[Z(t) - Z(u) | \mathcal{F}_u]$$

$$= E \left[e^{B(u) - \frac{1}{2}u} \left\{ e^{B(t) - B(u) - \frac{1}{2}(t-u)} - 1 \right\} \middle| \mathcal{F}_u \right]$$

$$= e^{B(u) - \frac{1}{2}u} \left\{ E \left[e^{B(t) - B(u) - \frac{1}{2}(t-u)} \middle| \mathcal{F}_u \right] - 1 \right\}$$

מידת -10

$$\rightarrow = e^{B(u) - \frac{1}{2}u} \left\{ E \left[e^{B(t) - B(u) - \frac{1}{2}(t-u)} \right] - 1 \right\}$$

$$= e^{B(u) - \frac{1}{2}u} \left\{ e^{-\frac{1}{2}(t-u)} E \left[e^{N(0, t-u)} \right] - 1 \right\} = 0$$

(מסקנה) מידת של MGF) $E[e^{N(0, t-u)}] = e^{\frac{1}{2}(t-u)}$ ∴

∴ סיכוי (למ {Z(t)} נוסף

∴ מידת נוסף נוסף

$$\text{Var} \left(Z(t) - Z(t-\Delta t) \middle| \mathcal{F}_{t-\Delta t} \right)$$

$$= Z(t-\Delta t)^2 e^{-\Delta t} \text{Var} \left(e^{B(t) - B(t-\Delta t)} \right)$$

182

$$\begin{aligned} & \text{Var}(e^{B(t)-B(t-\Delta t)}) \\ &= E\left\{e^{2(B(t)-B(t-\Delta t))}\right\} - \left\{E\left[e^{B(t)-B(t-\Delta t)}\right]\right\}^2 \\ &= E\left[e^{2(B(t)-B(t-\Delta t))}\right] - \left\{E\left[e^{B(t)-B(t-\Delta t)}\right]\right\}^2 \\ &= e^{2\Delta t} - e^{\Delta t} \end{aligned}$$

18d

$$\begin{aligned} & \text{Var}(Z(t) - Z(t-\Delta t) \mid \mathcal{F}_{t-\Delta t}) \\ &= Z(t-\Delta t)^2 (e^{\Delta t} - 1) \\ &= Z(t-\Delta t)^2 \Delta t \end{aligned}$$

3 1817 25N 1813

$$d\langle Z, Z \rangle(t) = \text{Var}(dZ(t) \mid \mathcal{F}_{t-}) = Z(t-)^2 dt = Z(t)^2 dt$$

$$\langle Z, Z \rangle(t) = \int_0^t Z(u)^2 du$$