<u>ניתוח הישרדות - תרגיל מס' 7</u>

1. נתייחס למודל של Cox. למדנו כי

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_r} = \sum_{k=1}^{K} \Delta_{kr} \quad (*)$$

עם

$$\Delta_{kr} = Z_{l_k r} - \frac{\Sigma_j Y_{kj} Z_{jr} e^{\beta^T z_j}}{\Sigma_j Y_{kj} e^{\beta^T z_j}}$$

כאשר

$$Y_{kj} = I(X_j \geq T_{(k)})$$

והסכום ב- (*) הינו על האירועים.

הראנו כי

$$E[\Delta_{kr} \mid \mathcal{H}(T_{(k)}-), \text{ event at } T_{(k)}] = 0.$$

הסקנו מכך כי

א) $E[\frac{\partial l}{\partial \beta_r}] = 0$

ב) $Cov(\Delta_{kr}, \Delta_{mr}) = 0, \quad k \neq m$

ג) אם נגדיר

$$M_k = \sum_{m=1}^{k} \Delta_{mr}$$

אזי

$$E[M_k \mid M_1, \dots, M_{k-1}] = M_{k-1}$$

(דהיינו הסדרה $\{M_k\}$ הינה מרטינגל).

בנוסף, הראנו כי

$$Var(\Delta_{kr} \mid \mathcal{H}(T_{(k)}-), \text{ event at } T_{(k)})$$

$$= \frac{\Sigma_j Y_{kj} Z_{jr}^2 e^{\beta^T z_j}}{\Sigma_j Y_{kj} e^{\beta^T z_j}} - \left(\frac{\Sigma_j Y_{kj} Z_{jr} e^{\beta^T z_j}}{\Sigma_j Y_{kj} e^{\beta^T z_j}}\right)^2$$

כך ש-

$$-\frac{\partial^2 l}{\partial \beta_r^2} = \sum_k Var(\Delta_{kr} \mid \mathcal{H}(T_{(k)}-), \text{ event at } T_{(k)})$$

בס"ד

2. נחזור לקובץ הנתונים שהשתמשנו בו בתרגיל מס' 3 ובשאלה מס' 1 של תרגיל מס' 6. כמו בתרגיל מס' 6, נתמקד במשתנה DIAB כמשתנה מסביר יחיד.

א. הריצו מודל Cox באמצעות SAS PHREG (ראו את ניסוח הפקודה להלן)

ב. לכל רמה של DIAB, השוו את האומדן ל- $F(t)=1-S(t)$ לפי המודל של ה-Cox מול $\hat{F}_{KM}(t) = 1-\hat{S}_{KM}(t)$. איך האומדנים משתווים עם התוצאות של מודל ה- Weibull.

ג. תכתבו תוכנית משלכם (ב- Matlab או כל שפת תכנות אחרת) לביצוע ניתוח Cox, כולל חישוב של $\hat{\beta}$ ו- $\widehat{Cov}(\hat{\beta})$. הריצו את התוכנית על הנתונים של הקובץ, ווודאו כי התוצאות של התוכנית שלכם תואמות עם אלה של PROC PHREG.

<u>ניסוח הפקודה PHREG</u>

```
PROC PHREG;
MODEL TIME * DIED(0) = DIAB;
OUTPUT OUT = ODAT SURVIVAL = SURVEST / METHOD = CH;
```

השורה האחרונה יוצרת קובץ בשם ODAT עם כל המשתנים שבקובץ המקורי פלוס משתנה נוסף בשם SURVEST שהוא $\hat{S}(X_i | Z_i)$ עבור כל פרט ספציפי שבקובץ.