

ניתוח סטטיסטי - פרק 6

1. עמך קובץ הנתונים שהצגנו בו בהרש"ט מס' 3:

א. תגובו אם אומרו ה- KM לפני רחוק של המטרה DIAB.

ב. הריצו את PROC LIFETEST עם מודל הסתברות מעריכי

ומטרה מספר DIAB (כפי שהפיק את DIAB המטרה של 0-1 לפני כן).

ג. לכל מה של DIAB, השוו את האומדן

של  $F(t) = 1 - S(t)$  לפני המודל הפרמטרי שהתקבל

ג-2 LIFETEST מודל  $\hat{F}_{KM}(t) = 1 - \hat{S}_{KM}(t)$

ד. חזרו על סעיפים ב' ו-ג' עם הפרמטר Weibull

המקום מעריכי.

ה. הסיקו מסקנות.

2. נניח שמונח של המס' מעריכי. עם

פונקציה נניח שהמטרה מספר יאיר. נסמן ב-  $l(\beta, \lambda)$

או פונקציה המכונה נראו.

כפי שהצגנו בכיתה, ניתן לרשום את האנ"מ של  $\lambda$

כפונקציה של  $\beta$  בזירה

$$\hat{\lambda}_0(\beta) = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n x_i e^{\beta z_i}}$$

$$\tilde{l}(\beta) = l(\beta, \hat{\lambda}_0(\beta)) \quad \text{כעג נגזר}$$

הפונקציה  $\tilde{l}(\beta)$  נקראת "profile log likelihood"

א. הראו כי הערך  $\hat{\beta}$  שממקסם את  $\tilde{l}(\beta)$  הינו האנ"מ של  $\beta$  לפי  $l(\beta, \gamma)$

ב. הצילו ביטוי  $\tilde{l}(\beta)$ , פשו ככל שאפשר

ד. חשבו את הנגזרות  $\frac{d\tilde{l}}{d\beta}$ ,  $\frac{d^2\tilde{l}}{d\beta^2}$

ג. בצורת הווצאות של סעיף ב', ובאמצעות SAS,

MATLAB, או כל שפת תכנות אחרת שתבחרו,

הצאו שילת נילון רפסון (בהחם  $n=10$ )  $(\hat{\beta}^{(10)} = 0)$

ע"מ עבודה את משוואת האמירה  $\frac{d\tilde{l}}{d\beta} = 0$

עבור הנמונים שבטבלה מס' 1.

והראו כי הווצאות גומרת עם הווצאות בהכרח

LIFEREG בשאלה מס' 1, סעיף ב'.

ה. נזכור את הביטויים שישמנו בביטוי הנגזרות

הפנייה של  $l(\beta, \gamma)$  (כאן עבור משקלה מספר יחיד):

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \beta^2} = -\lambda_0 \sum_{i=1}^n x_i z_i^2 e^{\beta z_i}$$

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \beta \partial \lambda_0} = -\sum_{i=1}^n x_i z_i e^{\beta z_i}$$

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_0^2} = -\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^2 \sum_{i=1}^n z_i$$

כעת נגדף את המטריצה

$$V = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l}{\partial \beta^2} & \frac{\partial^2 l}{\partial \beta \partial \lambda_0} \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \beta \partial \lambda_0} & \frac{\partial^2 l}{\partial \lambda_0^2} \end{bmatrix}$$

הביטוי  $(V^{-1})_{11}$  (פשוט ככל שאפשר).

1. ע"פ התאוריה,  $(V^{-1})_{11}(\hat{\beta}, \hat{\lambda}_0)$  מהווה אומדן  
 של  $\text{Var}(\hat{\beta})$ . עגור הנימוק שבאחד מה'ו, הדבר  
 אגוד הערך של  $(V^{-1})_{11}(\hat{\beta}, \hat{\lambda}_0)$  (באמצעות המחדש, המוכן).  
 וזאת כי התוצאה המומתת היא אומדן של  $\text{Var}(\hat{\beta})$   
 המוצג בפס' מההצגה של LIFEREG באחד מה'ו,  
 פרק 7.8.

3. הראו (אלמנטרית) כי

$$\left( \frac{d^2 \tilde{\ell}}{d\beta^2} \right)^{-1} = (V^{-1})_{11}(\beta, \lambda_0(\beta))$$

[כך שנוכל לאמוד את  $\text{Var}(\hat{\beta})$  באמצעות  
 הנתכר הנ"ל של ה- log profile likelihood].

הערה: ניתן להראות כי התוצאה של סעיף א'  
 1-3 אודות עגור ה- log profile likelihood  
 מתקבלת מן ה- (1) של פרק 7.8.